

Задание №8 «Функции Бесселя»

Задача 8.1. Найти Лаплас–образ функции Бесселя

$$L[J_n](p) = \int_0^{\infty} e^{-pz} J_n(z) dz.$$

Задача 8.2. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{J_{m+k}(z)}{z^k} dz, \quad m, k \in \mathbb{N}_0.$$

Задача 8.3 (*). Найти асимптотическое поведение функций Бесселя $J_\nu(z)$ при $z > \nu \gg 1$.

Задача 8.4 (*). Найти энергию связанного состояния в мелком двумерном потенциале $U(r)$.

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & r < a, \\ 0, & r > a \end{cases} \quad U_0 \ll \frac{\hbar^2}{ma^2}.$$

Задача 8.5 (*). Вычислить свертку

$$f(x) = \int_0^x J_0(y) J_0(x-y) dy.$$

Задача 8.6 (*). Вычислить интеграл

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy.$$