

Тест №0 «Знакомство»

10 февраля 2018 г.

Задача 0.1. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 e^{\arccos x} dx.$$

Задача 0.2. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

Задача 0.3. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{\sqrt{1+z^{2n}}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Задача 0.4. С относительной точностью 10% найти вещественные решения уравнения

$$x - 20 = \ln x.$$

Задача 0.5. С относительной точностью 10% вычислить интеграл

$$\int_{-1}^1 \frac{\cos^2 100x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Задача 0.6. Построить графики вещественных решений $x = x(\beta)$, $\beta > 0$ уравнения

$$x = \operatorname{th} \beta x.$$

Задача 0.7. Вычислить фурье-образ электрического поля точечного единичного заряда.

$$\mathcal{F}[\mathbf{E}](\mathbf{k}) = \iiint \frac{\mathbf{r}}{r^3} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{r}.$$

Задача 0.8. Найти решение $u(t, x)$ уравнения Кортевега-де Фриза

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0.$$

имеющее вид бегущей волны $u(t, x) = \varphi(x - ct)$ локализованной в пространстве, т. е. затухающей на бесконечности $\varphi, \varphi', \varphi''(\pm\infty) = 0$. Предполагать поле $\varphi > 0$ положительным.

Задача 0.9. Вычислить произведение

$$\prod_{k=0}^{\infty} \cos\left(\frac{x}{2^k}\right).$$

Задача 0.10. Найти все собственные числа и собственные вектора матрицы

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$