

## Задание №10 «Функции Грина. Эволюционные задачи»

**Задача 10.1.** Решить задачу Коши

$$\left[ \frac{d^2}{dt^2} + \nu^2 \right] x(t) = \varphi(t), \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0.$$

с правой частью  $\varphi(t) = e^{-\alpha t}$ ,  $\alpha > 0$ .

**Задача 10.2.** Найти запаздывающую функцию Грина оператора  $\hat{L} = \left[ \frac{d^2}{dt^2} + \nu^2 \right]^2$ .

---

**Задача 10.3** (\*). Рассмотрите запаздывающую функцию Грина  $G(t < 0) = 0$ , фурье-образ которой  $G(\omega)$  есть мероморфная функция, аналитичная в  $\{\text{Im } \omega > 0\}$ . Рассмотрите интеграл

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega - i0}$$

и получите выражения, по которым можно восстановить функцию  $G(\omega)$ , если известна только её вещественная или мнимая часть.