

Задание №10 «Функции Грина. Эволюционные задачи»

Задача 10.1. Решить задачу Коши

$$\left[\frac{d^2}{dt^2} + \nu^2 \right] x(t) = \varphi(t), \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0.$$

с правой частью $\varphi(t) = e^{-\alpha t}$, $\alpha > 0$.

Задача 10.2. Найти запаздывающую функцию Грина оператора $\hat{L} = \left[\frac{d^2}{dt^2} + \nu^2 \right]^2$.

Задача 10.3 (*). Рассмотрите запаздывающую функцию Грина $G(t < 0) = 0$, фурье-образ которой $G(\omega)$ есть мероморфная функция, аналитичная в $\{\text{Im } \omega > 0\}$. Рассмотрите интеграл

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega - i0}$$

и получите выражения, по которым можно восстановить функцию $G(\omega)$, если известна только её вещественная или мнимая часть.