

**Задание №5 «Функции Бесселя»**

**Задача 5.1.** Вычислить интеграл

$$I(p) = \int_0^{\infty} z e^{-p^2 z^2} J_0(z) dz.$$

**Задача 5.2.** Найти Лаплас-образ функции Бесселя

$$L[J_n](p) = \int_0^{\infty} e^{-pz} J_n(z) dz.$$

**Задача 5.3.** Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{J_{m+k}(z)}{z^k} dz, \quad m, k \in \mathbb{N}_0.$$

---

**Задача 5.4** (\*). Найти асимптотическое поведение функций Бесселя  $J_\nu(z)$  при  $z > \nu \gg 1$ ,  $\nu \in \mathbb{R}$ .

**Задача 5.5** (\*). Найти энергию связанного состояния в мелком двумерном потенциале  $U(r)$ .

$$U(r) = \frac{U_0}{1 + (r/a)^2} \quad U_0 \ll \frac{\hbar^2}{ma^2}.$$