

Задание №5 «Функции Бесселя»

Задача 5.1. Вычислить интеграл

$$I(p) = \int_0^{\infty} z e^{-p^2 z^2} J_0(z) dz.$$

Задача 5.2. Найти Лаплас-образ функции Бесселя

$$L[J_n](p) = \int_0^{\infty} e^{-pz} J_n(z) dz.$$

Задача 5.3. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{J_{m+k}(z)}{z^k} dz, \quad m, k \in \mathbb{N}_0.$$

Задача 5.4 (*). Найти асимптотическое поведение функций Бесселя $J_\nu(z)$ при $z > \nu \gg 1$, $\nu \in \mathbb{R}$.

Задача 5.5 (*). Найти энергию связанного состояния в мелком двумерном потенциале $U(r)$.

$$U(r) = \frac{U_0}{1 + (r/a)^2} \quad U_0 \ll \frac{\hbar^2}{ma^2}.$$